Exámenes de Selectividad

Física. Cataluña 2023, Ordinaria

mentoor.es

Problema 1. Campo Gravitatorio

Els dos satèl·lits de Mart, Fobos i Deimos, porten el nom dels fills bessons d'Afrodita i Ares. En la mitologia romana, Ares, déu de la guerra, s'identifica amb Mart. Els dos satèl·lits tenen forma irregular, però els podem aproximar a una esfera de diàmetre 22, 2 km per a Fobos i de 12, 6 km per a Deimos. Per tant, comparats amb la Lluna, que té un diàmetre de 3 475 km, són petits. El radi orbital mitjà (distància entre els centres dels dos objectes) de Fobos al voltant de Mart és de 9 377 km i el seu període de revolució és de 7 hores, 39 minuts i 14 segons. Sabent que el radi orbital mitjà de Deimos és de 23 460 km, determineu a partir d'aquestes dades:

a) **La massa de Mart i la intensitat del camp gravitatori que Mart crea a la seva superfície.**
b) **El període de revolució de Deimos al voltant de Mart i la seva energia mecànica.**

Dades:
$G = 6,67 \times 10^{-11}$ **N m^2 kg^{-2}.**
Massa de Fobos, $M_{\text{Fobos}} = 1,10 \times 10^{16}$ **kg.**
Massa de Deimos, $M_{\text{Deimos}} = 2,00 \times 10^{15}$ **kg.**
Radi de Mart, $R_{\text{Mart}} = 3\,390$ **km.**
Nota: Considereu que els dos satèl·lits descriuen una trajectòria circular al voltant de Mart.

Solución:

a) **La massa de Mart i la intensitat del camp gravitatori que Mart crea a la seva superfície.**

Primero, convertimos el período orbital de Fobos a segundos:

$$T = 7\text{ h} \cdot \frac{3600\text{ s}}{1\text{ h}} + 39\text{ min} \cdot \frac{60\text{ s}}{1\text{ min}} + 14\text{ s} = 25\,200\text{ s} + 2\,340\text{ s} + 14\text{ s} = 27\,554\text{ s}.$$

Calculamos la velocidad angular orbital de Fobos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{27\,554\text{ s}} = 2{,}28 \cdot 10^{-4}\text{ rad/s}.$$

Según la ley de gravitación universal, el módulo de la fuerza gravitatoria sobre Fobos debido a Marte es:

$$F = G \cdot \frac{M_{\text{Marte}} \cdot M_{\text{Fobos}}}{r^2}.$$

Por otro lado, según la segunda ley de Newton, la fuerza centrípeta necesaria para el movimiento circular uniforme es:

$$F = M_{\text{Fobos}} \cdot a_c = M_{\text{Fobos}} \cdot \omega^2 r.$$

Igualando ambas expresiones:

$$G \cdot \frac{M_{\text{Marte}} \cdot M_{\text{Fobos}}}{r^2} = M_{\text{Fobos}} \cdot \omega^2 r.$$

Simplificamos M_{Fobos}:

$$G \cdot \frac{M_{\text{Marte}}}{r^2} = \omega^2 r.$$

Despejamos la masa de Marte:

$$M_{\text{Marte}} = \frac{\omega^2 \cdot r^3}{G}.$$

Sustituimos los valores (convirtiendo las distancias a metros):
- $\omega = 2{,}28 \cdot 10^{-4}$ rad/s,

– $r = 9\,377$ km $= 9{,}377 \cdot 10^6$ m,
– $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N $\cdot$ m^2/kg^2.
Calculamos:

$$M_{\text{Marte}} = \frac{(2{,}28 \cdot 10^{-4}\ \text{rad/s})^2 \cdot (9{,}377 \cdot 10^6\ \text{m})^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2} = 6{,}42 \cdot 10^{23}\ \text{kg}.$$

Ahora, calculamos la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de Marte. La aceleración gravitatoria es:

$$g = G \cdot \frac{M_{\text{Marte}}}{R^2_{\text{Marte}}},$$

con $R_{\text{Marte}} = 3\,390$ km $= 3{,}390 \cdot 10^6$ m. Calculamos:

$$g = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{6{,}42 \cdot 10^{23}\ \text{kg}}{(3{,}390 \cdot 10^6\ \text{m})^2} = 3{,}72\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Por lo tanto, la masa de Marte es $\boldsymbol{M_{\text{Marte}} = 6{,}42 \cdot 10^{23}}$ kg y la intensidad del campo gravitatorio en su superficie es $\boldsymbol{g = 3{,}72}$ m/s^2.

b) El període de revolució de Deimos al voltant de Mart i la seva energia mecànica.

Utilizamos la relación entre la velocidad angular y el radio orbital para satélites en órbita circular:

$$\omega = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\text{Marte}}}{r^3}},$$

con $r = 23\,460$ km $= 23{,}460 \cdot 10^6$ m y $M_{\text{Marte}} = 6{,}42 \cdot 10^{23}$ kg. Calculamos:

$$\omega = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 6{,}42 \cdot 10^{23}\ \text{kg}}{(23{,}460 \cdot 10^6\ \text{m})^3}} = 5{,}76 \cdot 10^{-5}\ \text{rad/s}.$$

El período es:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5{,}76 \cdot 10^{-5}\ \text{rad/s}} = 1{,}09 \cdot 10^5\ \text{s}.$$

Convertimos el período a horas:

$$T_{\text{horas}} = \frac{1{,}09 \cdot 10^5\ \text{s}}{3600\ \text{s/h}} = 30{,}3\ \text{horas}.$$

Ahora, calculamos la energía mecánica de Deimos en su órbita alrededor de Marte. La energía mecánica es:

$$E_{\text{m}} = -\frac{G \cdot M_{\text{Marte}} \cdot M_{\text{Deimos}}}{2r}.$$

Sustituimos $M_{\text{Deimos}} = 2{,}00 \cdot 10^{15}$ kg y $r = 23{,}460 \cdot 10^6$ m:

$$E_{\text{m}} = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 6{,}42 \cdot 10^{23}\ \text{kg} \cdot 2{,}00 \cdot 10^{15}\ \text{kg}}{2 \cdot 23{,}460 \cdot 10^6\ \text{m}} = -1{,}83 \cdot 10^{21}\ \text{J}.$$

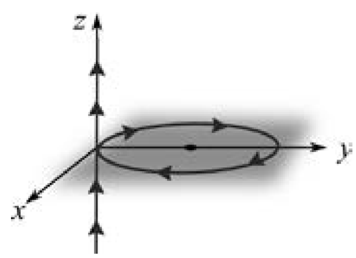
Por lo tanto, el período de revolución de Deimos es $\boldsymbol{T = 1{,}09 \cdot 10^5}$ s (aproximadamente 30,3 horas) y su energía mecánica es $\boldsymbol{E_{\text{m}} = -1{,}83 \cdot 10^{21}}$ J.

Problema 2. Campo Electromagnético

Un fil conductor molt llarg segueix l'eix z i porta un corrent $I = 2,00$ A. Quan arriba a l'altura de $z = 0,00$ cm canvia de direcció i traça una circumferència en el pla xy, de radi $R = 2,00$ cm i centrada al punt $(0, R, 0)$, i després continua per l'eix z.

a) **Calculeu el vector i el mòdul del camp magnètic total al centre de la circumferència, és a dir, al punt $(0, R, 0)$.**
b) **Podem girar a voluntat l'espira respecte a l'eix y. En quina direcció hem d'orientar-la per a obtenir el mòdul del camp magnètic mínim i el mòdul del camp magnètic màxim? Trobeu aquests dos valors del mòdul del camp magnètic i especifiqueu el pla on hi ha l'espira i el sentit de gir del corrent en cada cas.**

Dades:
El mòdul del camp magnètic creat per un fil infinit per on circula un corrent I a una distància r del fil és $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$.
El mòdul del camp magnètic creat al centre d'una espira de radi R per on circula un corrent I és $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$.
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m/A.



Solució:

a) **Calculeu el vector i el mòdul del camp magnètic total al centre de la circumferència, és a dir, al punt $(0, R, 0)$.**

Primero, calculamos el campo magnético creado por el hilo recto en el punto $(0, R, 0)$. El módulo del campo magnético debido al hilo infinito es:

$$B_{\text{hilo}} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r},$$

donde:
- $I = 2{,}00$ A,
- $r = 2{,}00$ cm $= 0{,}0200$ m,
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m/A.

Sustituimos los valores:

$$B_{\text{hilo}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m/A} \cdot 2{,}00 \text{ A}}{2\pi \cdot 0{,}0200 \text{ m}} = 2{,}00 \cdot 10^{-5} \text{ T}.$$

La dirección del campo magnético $\vec{B}_{\text{hilo}}$ en el punto se determina mediante la regla de la mano derecha. Como la corriente va en dirección negativa del eje z, el campo magnético en el punto $(0, R, 0)$ está dirigido en el sentido negativo del eje x. Entonces,

$$\vec{B}_{\text{hilo}} = -B_{\text{hilo}} \cdot \vec{\imath} = -2{,}00 \cdot 10^{-5}\, \vec{\imath}\ \text{T}.$$

Ahora, calculamos el campo magnético creado por la espira en su centro. El módulo del campo magnético en el centro de una espira es:

$$B_{\text{espira}} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2R}.$$

Sustituimos los valores:

$$B_{\text{espira}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{T m/A} \cdot 2{,}00\ \text{A}}{2 \cdot 0{,}0200\ \text{m}} = 6{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T}.$$

La dirección del campo magnético $\vec{B}_{\text{espira}}$ en el centro de la espira se determina con la regla de la mano derecha. Según el sentido de la corriente, el campo magnético está dirigido en el sentido negativo del eje z, es decir:

$$\vec{B}_{\text{espira}} = -B_{\text{espira}} \cdot \vec{k} = -6{,}2832 \cdot 10^{-5}\,\vec{k}\ \text{T}.$$

Sumamos los campos magnéticos vectorialmente:

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_{\text{hilo}} + \vec{B}_{\text{espira}} = -B_{\text{hilo}} \cdot \vec{\imath} - B_{\text{espira}} \cdot \vec{k} = -2{,}00 \cdot 10^{-5}\ \text{T} \cdot \vec{\imath} - 6{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T} \cdot \vec{k}.$$

El módulo del campo magnético total es:

$$B_{\text{total}} = \sqrt{B_{\text{hilo}}^2 + B_{\text{espira}}^2} = \sqrt{(2{,}00 \cdot 10^{-5}\ \text{T})^2 + (6{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T})^2} = 6{,}591 \cdot 10^{-5}\ \text{T}.$$

Por lo tanto, el vector del campo magnético total en el punto $(0, R, 0)$ es:

$$\boldsymbol{\vec{B}_{\text{total}} = -2{,}00 \cdot 10^{-5}\ \text{T}\ \vec{\imath} - 6{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T}\ \vec{k}\ \text{T},}$$

y su módulo es:

$$\boldsymbol{B_{\text{total}} = 6{,}591 \cdot 10^{-5}\ \text{T}.}$$

b) **Podem girar a voluntat l'espira respecte a l'eix y. En quina direcció hem d'orientar-la per a obtenir el mòdul del camp magnètic mínim i el mòdul del camp magnètic màxim? Trobeu aquests dos valors del mòdul del camp magnètic i especifiqueu el pla on hi ha l'espira i el sentit de gir del corrent en cada cas.**

Al rotar la espira alrededor del eje y, cambiamos la dirección del campo magnético que genera en el punto de interés. El campo magnético debido al hilo permanece igual. Para obtener el módulo mínimo del campo magnético total:, tenemos en cuenta que debemos orientar la espira de manera que su campo magnético en el punto $(0, R, 0)$ esté en la misma dirección que el campo del hilo pero con sentido contrario, de forma que se resten. Esto se logra colocando la espira en el plano xz, con su centro en $(0, R, 0)$, y haciendo que la corriente circule en sentido antihorario visto desde el eje y positivo. Así, el campo magnético de la espira en el centro estará en dirección positiva del eje x:

$$\vec{B}_{\text{espira}} = +B_{\text{espira}} \cdot \vec{\imath}.$$

La suma de los campos es:

$$\vec{B}_{\text{total}} = -B_{\text{hilo}} \cdot \vec{\imath} + B_{\text{espira}} \cdot \vec{\imath} = (B_{\text{espira}} - B_{\text{hilo}}) \cdot \vec{\imath}.$$

Sustituyendo valores:

$$\vec{B}_{\text{total}} = (6{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T} - 2{,}00 \cdot 10^{-5}\ \text{T}) \cdot \vec{\imath} = 4{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T} \cdot \vec{\imath}.$$

El módulo del campo magnético total es:

$$B_{\text{total}} = 4{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T}.$$

Para obtener el módulo máximo del campo magnético total, orientamos la espira en el mismo plano xz, pero ahora la corriente circula en sentido horario visto desde el eje y positivo, de modo que el campo magnético de la espira en el centro está en dirección negativa del eje x:

$$\vec{B}_{\text{espira}} = -B_{\text{espira}} \cdot \vec{\imath}.$$

La suma de los campos es:

$$\vec{B}_{\text{total}} = -B_{\text{hilo}} \cdot \vec{\imath} - B_{\text{espira}} \cdot \vec{\imath} = -(B_{\text{hilo}} + B_{\text{espira}}) \cdot \vec{\imath}.$$

Sustituyendo valores:

$$\vec{B}_{\text{total}} = -(2{,}00 \cdot 10^{-5}\ \text{T} + 6{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T}) \cdot \vec{\imath} = -8{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T} \cdot \vec{\imath}.$$

El módulo del campo magnético total es:

$$B_{\text{total}} = 8{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T}.$$

Por lo tanto, la solución es:

- ***Campo magnético mínimo:*** **$B_{\text{total}} = 4{,}2832 \cdot 10^{-5}$ T, espira en el plano xz, corriente en sentido antihorario visto desde $+y$, campo de la espira en dirección $+\vec{\imath}$.**
- ***Campo magnético máximo:*** **$B_{\text{total}} = 8{,}2832 \cdot 10^{-5}$ T, espira en el plano xz, corriente en sentido horario visto desde $+y$, campo de la espira en dirección $-\vec{\imath}$.**

En ambos casos, el campo magnético total está dirigido a lo largo del eje x, ya que los campos del hilo y de la espira están en la misma dirección.

Problema 3. Ondas

Des de la platja, observem que la distància entre les crestes de dues onades consecutives és de 4 m. Per altra banda, tot observant una de les boies que limita la zona de bany, comptem que oscil·la 30 vegades en un minut i que el seu desplaçament vertical total, des de la posició més baixa fins al punt més alt, és de 40 cm.

a) **Determineu la freqüència, la longitud d'ona i la velocitat de propagació de les ones. Escriviu l'equació que descriu el moviment de la boia en funció del temps.**
b) **Deduïu l'expressió de la velocitat i l'acceleració de la boia i calculeu els valors màxims de la velocitat i l'acceleració. Representeu a la quadrícula de sota l'evolució de la velocitat respecte al temps durant un període.**

Nota: Per determinar la fase inicial considereu que al principi la boia es troba en la posició més alta.

Solució:

a) **Determineu la freqüència, la longitud d'ona i la velocitat de propagació de les ones. Escriviu l'equació que descriu el moviment de la boia en funció del temps.**

La frecuencia es el número de ciclos por segundo. La boya oscila 30 veces en un minuto:

$$f = \frac{30 \text{ oscilaciones}}{60 \text{ s}} = 0{,}5 \text{ Hz}.$$

La distancia entre dos crestas consecutivas es la longitud de onda:

$$\lambda = 4 \text{ m}.$$

La velocidad de propagación de las ondas es:

$$v = \lambda \cdot f = 4 \text{ m} \cdot 0{,}5 \text{ Hz} = 2 \text{ m/s}.$$

El desplazamiento vertical total desde la posición más baja hasta la más alta es el doble de la amplitud:

$$2A = 40 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{40 \text{ cm}}{2} = 20 \text{ cm} = 0{,}2 \text{ m}.$$

La frecuencia angular (ω) es:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 0{,}5 \text{ Hz} = \pi \text{ rad/s}.$$

Para determinar la fase inicial (φ_0), tenemos en cuenta que, como en $t = 0$ la boya está en la posición más alta ($y = A$), si usamos la ecuación del movimiento armónico simple:

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0),$$

en $t = 0$:

$$y(0) = A = A \cdot \sin(\varphi_0) \quad \Rightarrow \quad \sin(\varphi_0) = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}.$$

La ecuación del movimiento de la boya es:

$$y(t) = A \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Simplificando, ya que $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\theta)$:

$$y(t) = A \cdot \cos(\omega t).$$

Sustituyendo los valores numéricos:

$$y(t) = 0{,}2\ \text{m} \cdot \cos(\pi\ t).$$

Por lo tanto, la ecuación del movimiento de la boya es:

$$\boldsymbol{y(t) = 0{,}2\ \text{m} \cdot \cos(\pi\ t),}$$

donde t está en segundos y $y(t)$ en metros.

b) **Deduïu l'expressió de la velocitat i l'acceleració de la boia i calculeu els valors màxims de la velocitat i l'acceleració. Representeu a la quadrícula de sota l'evolució de la velocitat respecte al temps durant un període.**

La velocidad es la derivada de la posición respecto al tiempo:

$$v(t) = \frac{dy(t)}{dt} = -A\omega \cdot \sin(\omega t).$$

Sustituyendo los valores:

$$v(t) = -0{,}2\ \text{m} \cdot \pi\ \text{rad/s} \cdot \sin(\pi\ t) = -0{,}628\ \text{m/s} \cdot \sin(\pi\ t).$$

El valor máximo de $\sin(\omega t)$ es 1, por lo que:

$$v_{\text{máx}} = A\omega = 0{,}20\ \text{m} \cdot \pi\ \text{rad/s} = 0{,}628\ \text{m/s}.$$

La aceleración es la derivada de la velocidad respecto al tiempo:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2 \cdot \cos(\omega t).$$

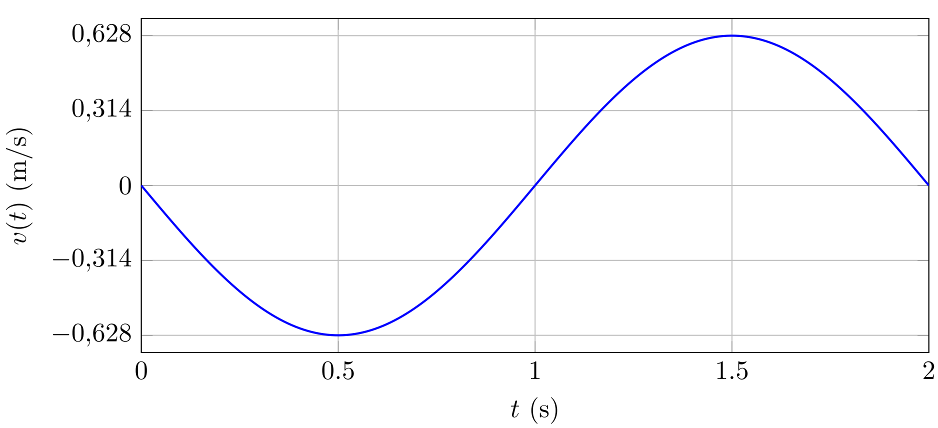
Sustituyendo los valores:

$$a(t) = -0{,}2\ \text{m} \cdot (\pi\ \text{rad/s})^2 \cdot \cos(\pi\ t) = -0{,}2\ \text{m} \cdot \pi^2\ \text{rad}^2/\text{s}^2 \cdot \cos(\pi\ t) = -1{,}973\ \text{m/s}^2 \cdot \cos(\pi\ t).$$

El valor máximo de $\cos(\omega t)$ es 1, por lo que:

$$a_{\text{máx}} = A\omega^2 = 0{,}20\ \text{m} \cdot \pi^2\ \text{rad}^2/\text{s}^2 = 1{,}973\ \text{m/s}^2.$$

Representación gráfica de la velocidad durante un período (2 s):



En la gráfica se muestra la evolución de la velocidad $v(t)$ en función del tiempo durante un período completo de 0 a 2 segundos.

Por lo tanto, la velocidad máxima es $0,628$ m/s y la aceleración máxima es 1,973 m/s^2.

Problema 4. Física Moderna

Arran de l'anunci fet el desembre del 2022 pels Estats Units que s'havia aconseguit per primera vegada la fusió nuclear amb un guany net d'energia, alguns mitjans de comunicació han publicat que un got d'aigua pot produir l'energia que consumirà una família de quatre membres durant tota la vida. Per una altra banda, a dins del Sol hi ha una pressió i una temperatura tan elevades que els àtoms d'hidrogen es fusionen i es transformen en heli. El principal procés de fusió nuclear que té lloc al Sol és la cadena protó-protó. El balanç global d'aquest procés és que quatre protons s'uneixen per formar un nucli d'heli.

a) **Calculeu l'energia que s'allibera en la cadena protó-protó quan es forma un nucli d'heli. Tenint en compte que un got d'aigua conté, aproximadament, 17 mol d'aigua, quanta energia es pot extreure de l'hidrogen que hi ha a l'aigua d'un got mitjançant la cadena protó-protó?**

b) **Malauradament, a la Terra no es poden assolir les condicions de temperatura i pressió que hi ha al Sol, per això, en els reactors de fusió es fan servir els isòtops de l'hidrogen: el deuteri ($^2_1$H) i el triti ($^3_1$H). L'abundància relativa del deuteri és d'un $0,001\ \%$, mentre que la del triti és pràcticament núll (a la Terra hi ha uns 20 kg de triti natural). Per a generar triti, s'utilitza liti-6 ($^6_3$Li) obtingut a partir de reactors nuclears de fissió. El triti s'obté a còpia de bombardejar nuclis de liti-6 amb neutrons. Escriviu la reacció nuclear sabent que el resultat és la formació de triti i partícules alfa. S'ha afirmat que la fusió nuclear és una energia neta perquè la reacció de la cadena protó-protó no genera residus radioactius. Ara bé, en el procés de fusió del deuteri i del triti s'alliberen neutrons amb una energia capaç de fer tornar radioactius els materials circumdants. Digueu si la fusió nuclear és una font d'energia neta i inesgotable i justifiqueu la resposta.**

Dades:
$c = 3,00 \times 10^8$ **m/s.**
$N_A = 6,022 \times 10^{23}$.
Masses nuclears (en kg):
Protó: $1,67262192 \times 10^{-27}$ **kg.**
Nucli d'heli: $6,64283533 \times 10^{-27}$ **kg.**
El consum anual mitjà d'electricitat d'una persona a Catalunya és d'$1,22 \times 10^{10}$ **J.**

Solució:

a) **Calculeu l'energia que s'allibera en la cadena protó-protó quan es forma un nucli d'heli. Tenint en compte que un got d'aigua conté, aproximadament, 17 mol d'aigua, quanta energia es pot extreure de l'hidrogen que hi ha a l'aigua d'un got mitjançant la cadena protó-protó?**

Vamos a obtener la energía liberada al formar un núcleo de helio. La reacción global de la cadena protón-protón es:

$$4\ ^1_1\mathrm{H} \to\ ^4_2\mathrm{He} + 2\ e^+ + 2\ \nu_e + \gamma,$$

donde cuatro protones se fusionan para formar un núcleo de helio, emitiendo dos positrones, dos neutrinos electrónicos y energía en forma de rayos gamma. La masa inicial es la masa de 4 protones:

$$m_{\text{inicial}} = 4 \cdot m_p = 4 \cdot 1,67262192 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} = 6,69048768 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}.$$

La masa final es la masa del núcleo de helio:

$$m_{\text{final}} = m_{\text{He}} = 6,64283533 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}.$$

La diferencia de masa es:

$$\Delta m = m_{\text{inicial}} - m_{\text{final}} = (6,69048768 - 6,64283533) \cdot 10^{-27}\ \text{kg} = 4,765235 \cdot 10^{-29}\ \text{kg}.$$

La energía liberada al formar un núcleo de helio es:

$$E_{\text{núcleo}} = \Delta m \cdot c^2 = 4,765235 \cdot 10^{-29}\ \text{kg} \cdot (3,00 \cdot 10^8\ \text{m/s})^2 = 4,29 \cdot 10^{-12}\ \text{J}.$$

Cada molécula de agua (H_2O) contiene 2 átomos de hidrógeno. Por lo tanto, en 17 moles de agua hay:

$$n_{\text{H}} = 2 \cdot n_{\text{H}_2\text{O}} = 2 \cdot 17\ \text{mol} = 34\ \text{mol}.$$

El número total de átomos de hidrógeno es:

$$N_{\text{H}} = n_{\text{H}} \cdot N_A = 34\ \text{mol} \cdot 6,022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1} = 2,0475 \cdot 10^{25}\ \text{átomos}.$$

Para formar un núcleo de helio se necesitan 4 protones, por lo que el número de reacciones posibles es:

$$N_{\text{reacciones}} = \frac{N_{\text{H}}}{4} = \frac{2,0475 \cdot 10^{25}}{4} = 5,1188 \cdot 10^{24}.$$

La energía total liberada es:

$$E_{\text{total}} = N_{\text{reacciones}} \cdot E_{\text{núcleo}} = 5,1188 \cdot 10^{24} \cdot 4,29 \cdot 10^{-12}\ \text{J} = 2,1976 \cdot 10^{13}\ \text{J}.$$

Por lo tanto, se pueden extraer $\mathbf{2,20 \cdot 10^{13}}$ J de energía del hidrógeno en el agua de un vaso mediante la cadena protón-protón.

b) **Malauradament, a la Terra no es poden assolir les condicions de temperatura i pressió que hi ha al Sol, per això, en els reactors de fusió es fan servir els isòtops de l'hidrogen: el deuteri ($^{2}_{1}$H) i el triti ($^{3}_{1}$H). L'abundància relativa del deuteri és d'un 0,001 %, mentre que la del triti és pràcticament núll (a la Terra hi ha uns 20 kg de triti natural). Per a generar triti, s'utilitza liti-6 ($^{6}_{3}$Li) obtingut a partir de reactors nuclears de fissió. El triti s'obté a còpia de bombardejar nuclis de liti-6 amb neutrons. Escriviu la reacció nuclear sabent que el resultat és la formació de triti i partícules alfa. S'ha afirmat que la fusió nuclear és una energia neta perquè la reacció de la cadena protó-protó no genera residus radioactius. Ara bé, en el procés de fusió del deuteri i del triti s'alliberen neutrons amb una energia capaç de fer tornar radioactius els materials circumdants. Digueu si la fusió nuclear és una font d'energia neta i inesgotable i justifiqueu la resposta.**

La reacción nuclear para obtener tritio a partir de litio-6 y neutrones es:

$$^{6}_{3}\text{Li} + {}^{1}_{0}\text{n} \rightarrow {}^{3}_{1}\text{H} + {}^{4}_{2}\text{He},$$

donde:
- Un núcleo de litio-6 absorbe un neutrón.
- Se producen un núcleo de tritio ($^{3}_{1}$H) y una partícula alfa ($^{4}_{2}$He).

Aunque la reacción de la cadena protón-protón no genera residuos radiactivos, en la Tierra no es viable debido a las extremas condiciones necesarias para que ocurra. En los reactores de fusión terrestres se utiliza la reacción entre deuterio y tritio:

$$^{2}_{1}\text{H} + {}^{3}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{1}_{0}\text{n} + \text{energía}.$$

En esta reacción se libera un neutrón de alta energía que puede interactuar con los materiales del reactor, haciéndolos radiactivos (activación neutrónica). Además, el tritio es radiactivo y escaso en la naturaleza, por lo que debe ser producido artificialmente, lo cual implica procesos adicionales que pueden generar residuos radiactivos. Concluimos que la fusión nuclear tiene el potencial de ser una fuente de energía más limpia que la fisión nuclear, ya que genera menos residuos radiactivos de larga duración. Sin embargo, no es completamente limpia ni inagotable, debido a:
- La generación de residuos radiactivos por activación de materiales estructurales debido a los neutrones de alta energía.

- La necesidad de producir tritio artificialmente, lo cual implica procesos adicionales y limitaciones en la disponibilidad de combustible.

Por lo tanto, aunque la fusión nuclear es una prometedora fuente de energía con ventajas significativas, no se puede considerar totalmente limpia e inagotable en las condiciones actuales.

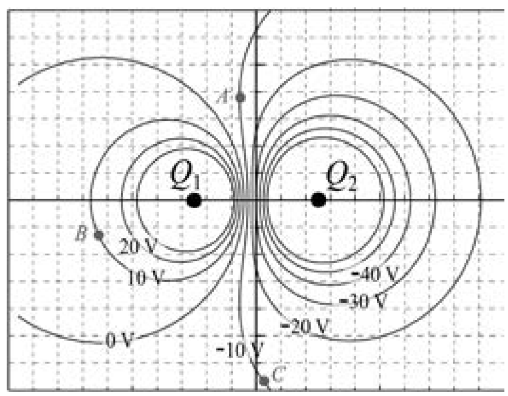
Problema 5. Campo Electromagnético

Quan mesurem els valors de potencial elèctric en una cubeta obtenim la distribució representada a la figura, en què podem observar dues càrregues (Q_1 i Q_2), una positiva i una negativa.

a) **Determineu de manera raonada quina és la càrrega positiva i quina la negativa. Segons la vostra resposta, dibuixeu la direcció i el sentit del camp elèctric al punt A.**

b) **Suposeu que un electró es mou del punt A al punt B. Calculeu el treball que fa el camp elèctric durant aquest moviment. Quin treball fa el camp elèctric quan l'electró es mou del punt A al punt C passant per B?**

Dada:
$|e| = 1,602 \cdot 10^{-19}$ **C.**



Solució:

a) **Determineu de manera raonada quina és la càrrega positiva i quina la negativa. Segons la vostra resposta, dibuixeu la direcció i el sentit del camp elèctric al punt A.**

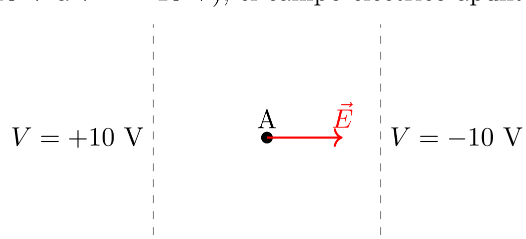
Para determinar cuál es la carga positiva y cuál la negativa, analizamos los valores del potencial eléctrico en las proximidades de las cargas. El potencial eléctrico V creado por una carga puntual Q se calcula como:

$$V = k\frac{Q}{r},$$

donde k es la constante de Coulomb y r es la distancia desde la carga. Como k y r son siempre positivos, el signo de V depende del signo de Q. Observamos en la figura que cerca de Q_1, los valores del potencial son positivos y cerca de Q_2, los valores del potencial son negativos. Entonces,

- Q_1 es una *carga positiva.*
- Q_2 es una *carga negativa.*

El campo eléctrico $\vec{E}$ es perpendicular a las superficies equipotenciales y apunta en la dirección de menor potencial. En el punto A, las líneas equipotenciales son aproximadamente verticales, por lo que el campo eléctrico será aproximadamente horizontal. Además, como el potencial disminuye al movernos hacia la derecha (de $V = +10$ V a $V = -10$ V), el campo eléctrico apunta hacia la derecha.



Por lo tanto, Q_1 es una *carga positiva* y Q_2 es una *carga negativa*.

b) **Suposeu que un electró es mou del punt A al punt B. Calculeu el treball que fa el camp elèctric durant aquest moviment. Quin treball fa el camp elèctric quan l'electró es mou del punt A al punt C passant per B?**

Trabajo realizado por el campo eléctrico de A a B:
El trabajo W realizado por el campo eléctrico sobre una carga q al moverse entre dos puntos A y B es:

$$W_{A\to B} = q \cdot \Delta V = q(V_B - V_A).$$

Dado que el electrón tiene carga $q = -e = -1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C. Los potenciales en los puntos son:
- $V_A = +10$ V.
- $V_B = -10$ V.

Entonces,

$$W_{A\to B} = (-e)\,(-10 \text{ V} - (+10 \text{ V})) = (-1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot (-20 \text{ V}) = 3{,}204 \cdot 10^{-18} \text{ J}.$$

El campo eléctrico es conservativo, por lo que el trabajo realizado solo depende de la diferencia de potencial entre los puntos inicial y final, no del camino recorrido. Como el potencial en A y en C es el mismo ($V_A = V_C = +10$ V), la diferencia de potencial es cero:

$$\Delta V = V_C - V_A = +10 \text{ V} - (+10 \text{ V}) = 0.$$

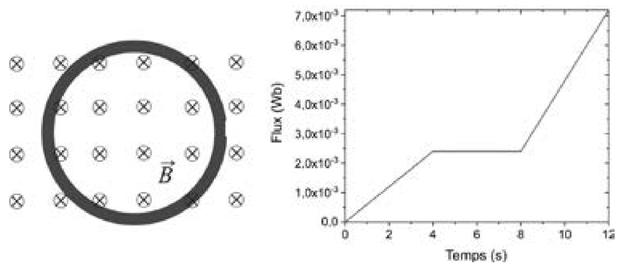
Por lo tanto, el trabajo es:

$$W_{A\to C} = q \cdot \Delta V = (-e) \cdot 0 = 0.$$

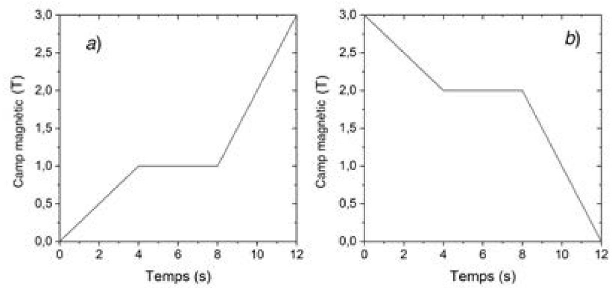
Por lo tanto:
- **El trabajo realizado por el campo eléctrico al mover el electrón de A a B es $W_{A\to B} = 3{,}204 \cdot 10^{-18}$ J.**
- **El trabajo realizado al mover el electrón de A a C pasando por B es $W_{A\to C} = 0$.**

Problema 6. Campo Electromagnético

Una espira es troba fixa en una regió on hi ha un camp magnètic uniforme en direcció perpendicular al full i cap endins, tal com s'indica a la figura de l'esquerra. En la figura de la dreta es mostra la gràfica de la variació del flux que travessa l'espira en funció del temps.



a) **Determineu el sentit del corrent induït en l'interval de temps de 0 s a 4 s, en l'interval de 4 s a 8 s i en l'interval de 8 s a 12 s. Justifiqueu quina de les variacions de camp magnètic representades a sota (a o b) provoca la variació de flux.**



b) **Calculeu la intensitat de corrent elèctric en cada interval de temps si la resistència de l'espira és de 5 mΩ.**

Nota: La llei d'Ohm estableix que $I = V/R$.

Solució:

a) **Determineu el sentit del corrent induït en l'interval de temps de 0 s a 4 s, en l'interval de 4 s a 8 s i en l'interval de 8 s a 12 s. Justifiqueu quina de les variacions de camp magnètic representades a sota (a o b) provoca la variació de flux.**

Análisis del flujo magnético:
El flujo magnético Φ que atraviesa la espira viene dado por:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\theta.$$

En este caso, como el campo magnético es perpendicular al plano de la espira ($\theta = 0$), entonces:

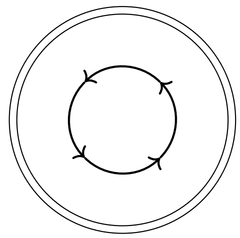
$$\Phi = B \cdot S.$$

Como el área S de la espira es constante y está fija, cualquier variación del flujo se debe a cambios en el campo magnético B.

En el intervalo de 0 s a 4 s, el gráfico muestra que el flujo aumenta linealmente de 0 a $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ Wb, por lo que el flujo está aumentando. Según la Ley de Lenz, la corriente inducida generará un campo magnético que se oponga al aumento del flujo. Como el flujo original (debido al campo externo) está dirigido hacia adentro (campo entrando en la hoja), y está aumentando, la corriente inducida intentará crear un campo magnético hacia afuera para oponerse al aumento. Usando la regla de la mano derecha, el sentido del corriente inducido que produce un campo hacia afuera es *antihorario*.

En el intervalo de 4 s a 8 s, el flujo permanece constante en $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ Wb, por lo que no hay variación de flujo ($\frac{d\Phi}{dt} = 0$). Por lo tanto, no hay corriente inducida en este intervalo.

En el intervalo de 8 s a 12 s, el flujo aumenta linealmente de $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ Wb a $7{,}2 \cdot 10^{-3}$ Wb, es decir, el flujo está aumentando nuevamente. Al igual que en el primer intervalo, la corriente inducida será tal que se oponga al aumento del flujo. Por lo tanto, el sentido del corriente inducido es *antihorario*.



Sentido antihorario

Dado que el área es constante y la dirección del campo magnético no cambia, la variación del flujo debe deberse a cambios en la magnitud del campo magnético B. Comparando con las gráficas proporcionadas, vemos que:

- En la gráfica (a), el campo magnético B aumenta en los intervalos donde el flujo aumenta.
- En la gráfica (b), el campo magnético B disminuye cuando el flujo aumenta, lo cual no es consistente.

Así, la variación de flujo observada corresponde a la gráfica (a), donde el campo magnético aumenta en los intervalos de tiempo de 0 s a 4 s y de 8 s a 12 s.

Por lo tanto, el sentido del corriente inducido es antihorario en los intervalos de 0 s a 4 s y de 8 s a 12 s, y no hay corriente inducida en el intervalo de 4 s a 8 s. La variación de flujo se debe a la variación del campo magnético representada en la gráfica (a).

b) Calculeu la intensitat de corrent elèctric en cada interval de temps si la resistència de l'espira és de 5 mΩ.

La fem inducida en la espira viene dada por la ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

La intensidad de corriente se calcula mediante la Ley de Ohm:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

En el intervalo de 0 s a 4 s, el flujo aumenta linealmente de 0 a $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ Wb en 4 s. La variación del flujo es:

$$\Delta\Phi = 2{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} - 0 = 2{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}.$$

El tiempo es $\Delta t = 4$ s. La tasa de cambio del flujo es:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{2{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}}{4 \text{ s}} = 6{,}0 \cdot 10^{-4} \text{ Wb/s}.$$

Entonces, la fem inducida es:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -6{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{V}.$$

La intensidad de corriente es:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{-6{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{V}}{5 \cdot 10^{-3}\ \Omega} = -0{,}12\ \text{A}.$$

El signo negativo indica que el sentido del corriente es antihorario, coherente con lo obtenido anteriormente.

En el intervalo de 4 s a 8 s, el flujo es constante, por lo que $\frac{d\Phi}{dt} = 0$. Entonces, la fem inducida es $\mathcal{E} = 0$, y la corriente es $I = 0$.

En el intervalo de 8 s a 12 s, el flujo aumenta linealmente de $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ Wb a $7{,}2 \cdot 10^{-3}$ Wb en 4 s. La variación del flujo es:

$$\Delta\Phi = 7{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb} - 2{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb} = 4{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}.$$

El tiempo es $\Delta t = 4$ s. La tasa de cambio del flujo es:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}}{4\ \text{s}} = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb/s}.$$

La fem inducida es:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -1{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{V}.$$

La intensidad de corriente es:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{-1{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{V}}{5 \cdot 10^{-3}\ \Omega} = -0{,}24\ \text{A}.$$

Nuevamente, el signo negativo indica que el sentido del corriente es antihorario.

Por lo tanto, las intensidades de corriente en cada intervalo son:
- **De 0 s a 4 s: $I = -0{,}12$ A (antihorario).**
- **De 4 s a 8 s: $I = 0$ A (no hay corriente inducida).**
- **De 8 s a 12 s: $I = -0{,}24$ A (antihorario).**

Problema 7. Física Moderna

En un centre d'estètica disposen d'una màquina de bronzejar amb radiació ultraviolada. Cal canviar-ne un dels tubs fluorescents perquè s'ha fet malbé per l'ús. El tub que cal substituir indica: "Llum UVA 300 nm 20 W 600 mm". Atès que el fabricant de la màquina ha fet fallida, es busca un tub fluorescent compatible. Després de fer-ne una selecció, es tria un llum que pot fer servei. A les especificacions del producte triat hi diu: "Llum UVA 350 nm 20 W 600 mm T8 làmpada fluorescent". Com que els dos tubs consumeixen la mateixa potència, emeten el mateix nombre de fotons.
L'aparell disposa d'un dispositiu de seguretat basat en l'efecte fotoelèctric que apaga el fluorescent quan el nombre d'electrons emesos per unitat de temps és superior a $2,50 \times 10^{15}$ s^{-1}. Aquest dispositiu està format per una placa de sodi (la funció de treball és $2,40$ eV) i, amb els tubs originals, el nombre d'electrons que abandona la superfície de sodi per unitat de temps és $2,00 \times 10^{15}$ s^{-1}.

a) **Determineu l'energia cinètica màxima dels electrons emesos i la intensitat de corrent que abandona la superfície de sodi amb els tubs originals.**
b) **Determineu com afecta el nou tub al funcionament del dispositiu de seguretat.**

Dades:
1 eV $= 1,602 \times 10^{-19}$ J.
$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ C.
$c = 3,00 \times 10^{8}$ m/s.
$h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s.

Solució:

a) **Determineu l'energia cinètica màxima dels electrons emesos i la intensitat de corrent que abandona la superfície de sodi amb els tubs originals.**

Cálculo de la energía de los fotones del tubo original:
La longitud de onda del tubo original es:

$$\lambda = 300 \text{ nm} = 300 \cdot 10^{-9} \text{ m}.$$

La energía de un fotón viene dada por:

$$E_{\text{fotón}} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}.$$

Sustituyendo los valores:

$$E_{\text{fotón}} = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \cdot \frac{3{,}00 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{300 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 6{,}63 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Convertimos la energía a electronvoltios:

$$E_{\text{fotón}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 4{,}14 \text{ eV}.$$

Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{c,máx}} = E_{\text{fotón}} - \Phi = 4{,}14 \text{ eV} - 2{,}40 \text{ eV} = 1{,}74 \text{ eV}.$$

Expresamos $E_{\text{c,máx}}$ en julios:

$$E_{\text{c,máx}} = 1{,}74 \text{ eV} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} = 2{,}788 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

El número de electrones emitidos por segundo es:

$$n = 2{,}00 \cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1}.$$

La intensidad de corriente es:

$$I = n \cdot e = 2{,}00 \cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} = 3{,}204 \cdot 10^{-4}\ \text{A} = 0{,}3204\ \text{mA}.$$

Por lo tanto, la energía cinética máxima de los electrones emitidos es 1,74 eV y la intensidad de corriente es 0,3204 mA.

b) **Determineu com afecta el nou tub al funcionament del dispositiu de seguretat.**

La longitud de onda del nuevo tubo es:

$$\lambda' = 350\ \text{nm} = 350 \cdot 10^{-9}\ \text{m}.$$

Calculamos la energía de los fotones:

$$E'_{\text{fotón}} = h \cdot \frac{c}{\lambda'} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{350 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 5{,}683 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

Convertimos a electronvoltios:

$$E'_{\text{fotón}} = \frac{5{,}683 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J/eV}} = 3{,}54\ \text{eV}.$$

Como $E'_{\text{fotón}} = 3{,}54\ \text{eV} > \Phi = 2{,}40\ \text{eV}$, los fotones del nuevo tubo tienen suficiente energía para arrancar electrones del sodio. Hallamos la nueva energía cinética máxima:

$$E'_{\text{c,máx}} = E'_{\text{fotón}} - \Phi = 3{,}54\ \text{eV} - 2{,}40\ \text{eV} = 1{,}14\ \text{eV}.$$

Dado que ambos tubos consumen la misma potencia y emiten el mismo número de fotones, el número de electrones emitidos por unidad de tiempo será similar. Aunque la energía cinética máxima de los electrones es menor con el nuevo tubo, esto no afecta al funcionamiento del dispositivo de seguridad, ya que este se basa en el número de electrones emitidos, no en su energía.

Por lo tanto, el nuevo tubo no afecta al funcionamiento del dispositivo de seguridad, ya que los fotones emitidos aún tienen suficiente energía para provocar el efecto fotoeléctrico y el número de electrones emitidos se mantiene dentro de los límites establecidos.